



- 1. Código:** 14334 **Nombre:** Topología Algebraica
- 2. Créditos:** 6,00 **--Teoría:** 3,00 **--Prácticas:** 3,00 **Carácter:** Obligatorio
- Titulación:** 198-Grado en Matemáticas
- Módulo:** 2-Formación Específica **Materia:** 8-Topología y Geometría Diferencial
- Centro:** E.T.S.I. DE TELECOMUNICACIÓN
- 3. Coordinador:** Bivià Ausina, Carles
- Departamento:** MATEMÁTICA APLICADA

4. Bibliografía

Algebraic topology	C. Bray, A. Butscher and S. Rubinstein-Salzedo
Essential Topology	M.D. Crossley
Singular 4-4-0. A computer algebra system for polynomial computations	W. Decker, G.-M. Greuel, G. Pfister and H. Schönemann
Topology	J. Dugundji
Functions of several complex variables and their singularities	W. Ebeling
Algebraic Topology: A First Course	W. Fulton
A Singular Introduction to Commutative Algebra	G.-M. Greuel and G. Pfister
Algebraic topology	A. Hatcher
Introduction to topological manifolds	J. Lee
Fundamental groups and covering spaces	E.L. Lima
Introduction to complex analytic geometry	S. Łojasiewicz
Singular points of complex hypersurfaces	J. Milnor
Topology	J. Munkres
Mapping degree theory	E. Outerelo and J.M. Ruíz
Homology theory: an introduction to algebraic topology	J.W. Vick

5. Descripción general de la asignatura

Objetivos de la asignatura

En esta asignatura se muestra una colección de resultados y de técnicas que permiten codificar y caracterizar propiedades topológicas mediante herramientas algebraicas, en concreto, de teoría de grupos y teoría de módulos. Mostramos la parte esencial de la teoría de homotopía y, en particular, los espacios recubridores asociados a un espacio topológico, el grupo fundamental de un espacio topológico y su consiguiente cálculo para la unión de subespacios mediante el teorema de Seifert-van Kampen. Por otra parte, veremos el teorema de clasificación de superficies, el cual da lugar a importantes fuentes de ejemplos y es la motivación para introducir nociones tan esenciales en topología como la orientabilidad y la característica de Euler-Poincaré de una superficie. Otro de los objetivos es el de definir y mostrar procedimientos de cálculo de los grupos de homología de un espacio topológico, relacionarlos con la teoría de homotopía y mostrar el alcance de los mismos en la distinción de espacios topológicos bajo equivalencia homotópica.

Dado que la fibra genérica de un germen de función holomorfa, con singularidad aislada, tiene tipo de homotopía constante y dicho tipo de homotopía admite una formulación algebraica (teorema de Milnor-Palamodov), incluiremos una introducción a la teoría de singularidades y al cálculo de invariantes de funciones mediante el programa Singular, indicado en la bibliografía, lo cual conllevará también una introducción a la geometría analítica compleja y al álgebra conmutativa motivada por los contenidos de topología algebraica que se irán exponiendo.

Contextualización de la asignatura

Tras estudiar los contenidos de topología general incluidos en la titulación, aparecen cuestiones relativas a los espacios topológicos en general, y en particular a las subvariedades topológicas de espacios euclídeos (como la existencia de campos de vectores continuos definidas sobre las mismas), que requieren de técnicas adicionales para su estudio provenientes del álgebra. A su vez, dichas técnicas han constituido el origen de importantes campos de estudio como es el álgebra homológica y la teoría de categorías. Dado que esta asignatura muestra conexiones entre diversos ámbitos de estudio en matemáticas, resulta un componente idóneo para completar el grado en matemáticas. Por otra parte, además del interés en sí mismos de los resultados que contiene, esta asignatura resulta ser una importante preparación para abordar diversos temas de topología diferencial, geometría algebraica y álgebra conmutativa.

This subject is an "English Friendly Course" (EFC). As an EFC, the lecturers are willing to tutor, conduct examinations and/or accept papers in English, although classes are taught in Spanish.





6. Conocimientos recomendados

- (14324) Variable Compleja
- (14330) Estructuras Algebraicas I
- (14332) Topología General
- (14333) Geometría Diferencial

7. Resultados

Resultados fundamentales

CB1(GE) Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CB2(GE) Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

CB4(GE) Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

CB5(GE) Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

CG1(GE) Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de los distintos módulos que, partiendo de la base de la educación secundaria general, se desarrollan en la propuesta de título de Grado en Matemáticas que se presenta.

CG2(GE) Saber aplicar los conocimientos básicos y matemáticos de cada módulo a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las matemáticas y ámbitos en que se aplican directamente.

FE07(ES) Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

FE01(ES) Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

FE02(ES) Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las matemáticas.

FE03(ES) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

FE04(ES) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

FE05(ES) Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.

FE06(ES) Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

CG4(GE) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.

Competencias transversales

(3) Trabajo en equipo y liderazgo

- Actividades desarrolladas relacionadas con la adquisición de la competencia

Síntesis y exposición de trabajos académicos con objetivos muy concretos. Resolución de colecciones de problemas. Argumentación y exposición de la resolución de problemas. Análisis de bibliografía y habilidad para sintetizar textos donde se refleje el estado actual de determinados temas.

- Criterios de evaluación

Evaluación transversal fundamentada globalmente en la evaluación ordinaria de la asignatura y, en particular, en el análisis de la argumentación y calidad del trabajo a entregar que se especifica en el método de evaluación.

Resultados de Aprendizaje Específicos

RA3.2 - Identificar los roles y destrezas para operar en equipos multidisciplinares con diferentes perfiles profesionales.

8. Unidades didácticas

Document signat electrònicament per Documento firmado electrónicamente por Electronically signed document by	UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA	Data/Fecha/Date 06/06/2025	2 / 4	
Autenticitat verificable mitjançant Codi Segur Verificació Autenticidad verificable mediante Código Seguro Verificación Original document can be verified by Secure Verification Code	ALUJBYX79LX https://sede.upv.es/eVerificador			



8. Unidades didácticas

1. Homotopía
 1. Equivalencia homotópica
 2. El grupo fundamental
 3. Espacios recubridores. Elevaciones de arcos y homotopías
 4. El teorema de Seifert-Van Kampen
 5. Aplicaciones de la teoría de homotopía
2. Clasificación de superficies compactas
 1. Suma conexa de superficies
 2. Orientabilidad, superficies triangulables y la característica de Euler-Poincaré
 3. Teorema de clasificación de superficies
3. Homología singular
 1. Cadenas singulares y el operador frontera
 2. Grupos de homología
 3. La sucesión exacta de Mayer-Vietoris
 4. Teoremas de Hurewicz y de Eilenberg-Steenrod
 5. Fórmula de Künneth
 6. Aplicaciones de la teoría de homología
4. Singularidades de aplicaciones
 1. Introducción a la geometría analítica compleja y al álgebra conmutativa
 2. Cálculo de invariantes topológicos y de invariantes analíticos de funciones holomorfas

9. Método de enseñanza-aprendizaje

Las seis prácticas de informática programadas (de dos horas cada una) giran en torno a la unidad didáctica 4 y se fundamentan en el uso del programa Singular.

Práctica 1. Anillos, ideales y bases estándar I.

Práctica 2. Anillos, ideales y bases estándar II.

Práctica 3. Operaciones con módulos.

Práctica 4. Funciones de Hilbert y multiplicidad.

Práctica 5. Equivalencia topológica, equivalencia analítica y cálculo de invariantes.

Práctica 6. Evaluación.

UD	TA	SE	PA	PL	PC	PI	EVA	TP	TNP	TOTAL HORAS
1	12,00	--	8,00	--	--	0,00	2,00	22,00	35,00	57,00
2	4,00	--	2,00	--	--	0,00	1,00	7,00	10,00	17,00
3	12,00	--	6,00	--	--	0,00	2,00	20,00	33,00	53,00
4	2,00	--	2,00	--	--	12,00	2,00	18,00	25,00	43,00
TOTAL HORAS	30,00	--	18,00	--	--	12,00	7,00	67,00	103,00	170,00

UD: Unidad Didáctica. TA: Teoría de Aula. SE: Seminario. PA: Práctica de Aula. PL: Práctica de Laboratorio. PC: Práctica de Campo. PI: Práctica de Informática. EVA: Actividades de Evaluación. TP: Trabajo Presencial. TNP: Trabajo No Presencial.

10. Evaluación

Descripción

- (14) Prueba escrita
(05) Trabajos académicos

Nº Actos	Peso (%)
3	90
1	10

La evaluación ordinaria constará de los siguientes cuatro actos de evaluación:

• Actos 1 y 2:

Exámenes escritos de respuesta abierta, donde ambos tendrán una duración de dos horas. El primer examen se realizará en horario de clase en una fecha por determinar. El segundo examen se realizará al final del primer cuatrimestre, en el período sin docencia y en la fecha fijada a tal efecto por la ERT.

Se enviarán las respectivas convocatorias de estos dos exámenes con la debida antelación. En dichas convocatorias se especificarán los contenidos a evaluar. Existirán conexiones entre los contenidos de cada parcial. Denotemos por E1 y E2 las respectivas calificaciones obtenidas en los dos actos de evaluación indicados.

• Acto 3:

Prueba que evaluará específicamente las clases prácticas. Se realizará en la última práctica programada. Denotemos por P la





10. Evaluación

calificación obtenida en este acto de evaluación.

· Acto 4:

Trabajo a realizar en solitario o en equipo sobre la materia de la asignatura. La estructura y contenidos del trabajo a realizar se especificarán a lo largo del curso y estarán también vinculados con las clases prácticas. En la entrega del trabajo se exigirá una breve exposición oral. Denotemos por T la nota obtenida en este trabajo.

La calificación final F se calculará de acuerdo con la siguiente fórmula, considerando que E1, E2, P y T puntúan sobre 10:

(a) Si E1 y E2 son mayores o iguales que 3.5, entonces:

$$F = [(E1 + E2) / 2] * 0.8 + P * 0.1 + T * 0.1$$

(b) En caso contrario, entonces

$$F = [(E1 + E2) / 2] * 0.6 + P * 0.1 + T * 0.1$$

- Para aprobar la asignatura se requiere que F sea mayor o igual que 5.
- Las calificaciones E1 y E2 se podrán recuperar en el examen final. Se enviará una convocatoria informando de la estructura del examen final con la debida antelación.
- Si un alumno se presenta a la parte del examen final correspondiente a la nota E1, entonces se calculará F tomando como valor de E1 la máxima entre la nota obtenida en la convocatoria ordinaria y la obtenida en el examen final. Lo mismo se aplica a la nota E2.
- La mención de MH se otorgará de acuerdo con la calificación final, independientemente de que dicha calificación haya sido obtenida como resultado de actos de evaluación de recuperación.
- Si un alumno ha perdido el derecho a ser evaluado en un acto de evaluación por aplicación de la Normativa de Convivencia Universitaria y de Régimen Disciplinario de la Universitat Politècnica de València, no podrá acogerse a la evaluación continua y obtendrá las calificaciones E1 y E2 solo en el examen final.
- Evaluación de alumnos con dispensa de asistencia: Obtendrán las calificaciones E1 y E2 solo en el examen final. Podrán obtener también las calificaciones T y P en una fecha que se determinará con la suficiente antelación. Además, si fuera necesario, se fijaría una fecha posterior a la del examen final para que los alumnos con dispensa de asistencia puedan recuperar las calificaciones E1 y E2. Obtendrán la calificación final F a partir de E1, E2, T y P aplicando el procedimiento descrito anteriormente, igual que el resto de alumnos.

11. Porcentaje máximo de ausencia

<u>Actividad</u>	<u>Porcentaje</u>	<u>Observaciones</u>
Teoría Aula	20	
Teoría Seminario	0	
Práctica Aula	20	
Práctica Laboratorio	0	
Práctica Informática	20	
Práctica Campo	0	

